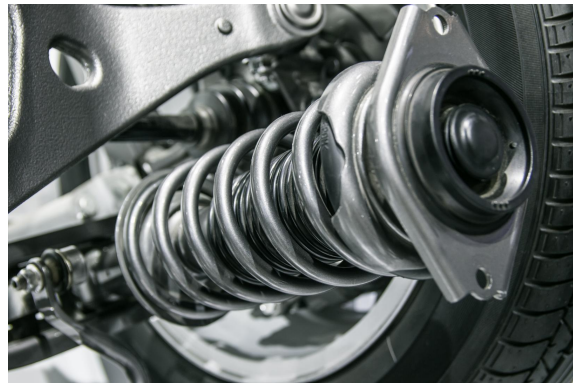


Séquence 01 - TP01 - Îlot 02

Lycée Dorian
Renaud Costadoat
Françoise Puig



Découverte des systèmes



Référence	S01 - TP01 - I02
Compétences	D2-06: Justifier le choix d'un capteur ou d'un appareil de mesure vis-à-vis de la grandeur physique à mesurer D3-04: Identifier les erreurs de mesure. D3-05: Identifier les erreurs de méthode.
Description	TP qui consiste à découvrir les systèmes en effectuant des petites acquisitions.
Système	Ressort



Objectif du TP:

Déterminer les caractéristiques d'un ressort.

[M] Maths pures
seul avant de
[+] Aide / rappel
peuvent l'ignorer
[++] Bonus : c

1 Modèle du ressort élastique

Dans un premier temps, on considérera que le ressort utilisé dans cette expérience peut être modélisé comme un ressort élastique pur.

Question 1 : Déterminer la raideur pure d'un ressort qui nécessite un effort de traction F pour s'allonger d'une longueur ΔL . On rappelle que la raideur d'un ressort s'exprime en $N.m^{-1}$.

[M] Maths pures

Dans l'équation $F = K.\Delta L$, isolez K en fonction de F et ΔL .

[+] Aide / rappel

la loi de Hooke relie la force exercée par un ressort élastique pur à son allongement par $F = K.\Delta L$. Isolez K dans cette relation et vérifiez que l'unité obtenue est bien homogène à des $N.m^{-1}$.

Une masse m_1 est suspendue à un ressort de raideur K , sa longueur mesurée est L_1 . Une masse m_2 est suspendue à ce ressort (en remplacement de la précédente), sa longueur est maintenant L_2 .

Question 2 : Déterminer la raideur de ce ressort en fonction de L_1 , L_2 , m_1 et m_2 . Prendre toutes les hypothèses nécessaires à la mise en équation du problème. Est-ce que cela vous paraît raisonnable de prendre ces hypothèses ?

[M] Maths pures

Soit le système à deux équations et deux inconnues a et b :
$$\begin{cases} y_1 = a.x_1 + b \\ y_2 = a.x_2 + b \end{cases}$$
 . En soustrayant

la deuxième équation à la première, l'inconnue b disparaît. **Écrivez** l'équation obtenue après cette soustraction, puis **isolez** a en fonction de x_1 , x_2 , y_1 et y_2 .

[+] Aide / rappel

appliquez le principe fondamental de la statique (somme des forces nulle à l'équilibre) à chacune des deux masses. Vous obtenez un système de deux équations à deux inconnues : K et L_0 (la longueur à vide du ressort, c'est-à-dire sans masse suspendue). Soustrayez les deux équations pour éliminer L_0 et isoler K .

[++] Bonus / approfondissement

à partir du système précédent, exprimez également L_0 en fonction de L_1 , L_2 , m_1 et m_2 . Que représente physiquement cette grandeur, et comment pourriez-vous la vérifier expérimentalement de façon indépendante ?

2 Vérification de la raideur pure d'un ressort

Il faudra pour la suite mettre en place un protocole de mesure permettant la répétabilité des mesures, il faut donc au préalable effectuer une installation propre et stable du matériel fournis. Il faudra aussi donner la liste et les caractéristiques (sensibilité, plage de mesure,...) du matériel de mesure utilisé.

Question 3 : Suspending une masse m_1 à un ressort et mesurer sa longueur.

Question 4 : Suspending une masse m_2 à un ressort et mesurer sa longueur.

Question 5 : Suspending une masse m_3 à un ressort et mesurer sa longueur.

2.1 Déterminer le comportement élastique d'un ressort

Question 6 : A l'aide des résultats expérimentaux et des résultats de la question 2, déterminer la raideur K du ressort.

[M] Maths pures

Un élève mesure trois fois la même grandeur et trouve 5,1 ; 5,4 et 4,9. Calculez la moyenne de ces trois valeurs (rappel : moyenne = somme des valeurs divisée par le nombre de valeurs).

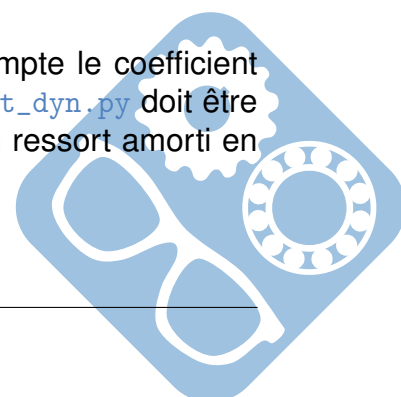
[+] Aide / rappel

avec trois mesures (m_1, L_1) , (m_2, L_2) et (m_3, L_3) , vous pouvez appliquer la formule de la question 2 à chaque couple de mesures possible (soit 3 valeurs de K), puis calculer la moyenne de ces valeurs. Quel est l'intérêt de moyenner plusieurs mesures plutôt que de n'en garder qu'une seule ?

3 Modèle du ressort élastique/amortisseur

Le modèle du ressort va maintenant évoluer afin de prendre en compte le coefficient d'amortissement du ressort. Pour cela, un fichier python `modele_ressort_dyn.py` doit être ouvert avec le logiciel Spyder. Il permet de tracer le comportement d'un ressort amorti en fonction des paramètres suivants :

- la durée de la mesure (s),
- la raideur du ressort ($N.m^{-1}$),



- la masse suspendue (kg),
- le coefficient d'amortissement ($\text{N.m}^{-1}.\text{s}$).

Question 7 : Définir l'influence de chacun de ces paramètres sur la courbe tracée.

[M] Maths pures

Une fonction $f(t)$ est dite périodique de période T si $f(t + T) = f(t)$ pour tout t . Sachant que f a une période $T = 4$ s et que $f(1) = 3$, que vaut $f(5)$? Que vaut $f(9)$?

[+] Aide / rappel

sur une courbe oscillante amortie, on appelle **pseudo-période** la durée entre deux passages successifs par un même état (par exemple deux maximums consécutifs), et **amplitude** l'écart entre la position et sa valeur d'équilibre. Repérez ces deux grandeurs sur les courbes tracées par le script python.

[++] Bonus / approfondissement

l'équation différentielle du mouvement de la masse m s'écrit $m.\ddot{x}(t) + f.\dot{x}(t) + K.x(t) = 0$, où f est le coefficient d'amortissement. En vous appuyant sur votre cours de mathématiques sur les équations différentielles du second ordre, exprimez le discriminant de l'équation caractéristique associée en fonction de m , f et K , et donnez la condition sur ce discriminant pour observer un régime pseudo-périodique (oscillant amorti).

3.1 Mesure de la trajectoire amortie du ressort

Question 8 : Filmer le mouvement du ressort après avoir lâché la masse (le ressort doit être en position de repos au départ).

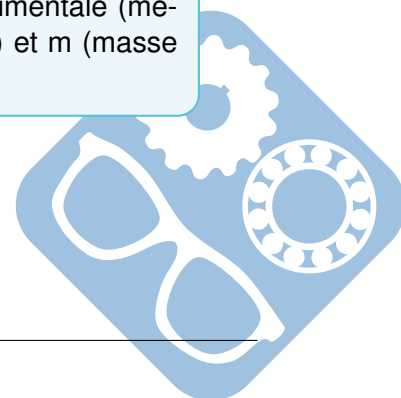
Question 9 : Utiliser un logiciel de traitement pour déterminer la position de la masse en fonction du temps.

3.2 Identifier le coefficient d'amortissement du ressort

Question 10 : A partir des relevés expérimentaux et du programme python `modele_ressort_dyn.py`, déterminer le coefficient d'amortissement du ressort.

[+] Aide / rappel

la démarche consiste à faire varier le coefficient d'amortissement dans le script python jusqu'à ce que la courbe simulée se superpose au mieux à votre courbe expérimentale (méthode dite "par recalage" ou "au jugé"). Vous connaissez déjà K (question 6) et m (masse suspendue), il ne reste donc qu'un seul paramètre inconnu à ajuster.



4 Correction

Question 1 :

[M] Maths pures : en divisant les deux membres de $F = K \cdot \Delta L$ par ΔL , on obtient $K = \frac{F}{\Delta L}$.

Question 2 : $K = \frac{(m_1 - m_2) \cdot g}{L_1 - L_2}$, l'accélération de pesanteur est choisie égale à $9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

[M] Maths pures : en soustrayant les deux équations, $y_1 - y_2 = a \cdot (x_1 - x_2)$ (le terme b disparaît), soit $a = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$.

[++] Bonus : à l'équilibre, $m_1 \cdot g = K \cdot (L_1 - L_0)$ et $m_2 \cdot g = K \cdot (L_2 - L_0)$. En substituant l'expression de K trouvée ci-dessus dans l'une des deux équations et en isolant L_0 , on obtient $L_0 = \frac{m_1 \cdot L_2 - m_2 \cdot L_1}{m_1 - m_2}$. Cette grandeur représente la longueur du ressort à vide (sans masse suspendue) ; elle peut être vérifiée expérimentalement en mesurant directement la longueur du ressort au repos, sans aucune masse accrochée.

Question 6 :

[M] Maths pures : moyenne = $\frac{5,1 + 5,4 + 4,9}{3} = \frac{15,4}{3} \approx 5,13$.

Question 7 :

[M] Maths pures : $f(5) = f(1 + 4) = f(1) = 3$ et $f(9) = f(1 + 2 \times 4) = f(1) = 3$: la fonction reprend la même valeur à chaque intervalle de 4 s.

[++] Bonus : l'équation caractéristique associée à $m \cdot \ddot{x}(t) + f \cdot \dot{x}(t) + K \cdot x(t) = 0$ est $m \cdot r^2 + f \cdot r + K = 0$, de discriminant $\Delta = f^2 - 4 \cdot m \cdot K$. Le régime est pseudo-périodique (oscillant amorti) lorsque $\Delta < 0$, c'est-à-dire lorsque l'amortissement f est suffisamment faible devant m et K .

